Notiz, betreffend die Berechnung der Wurzeln numerischer Gleichungen.

Von **E. Kobald** in Leoben.

Es sei die Gleichung

$$f(x) = 0$$

vorgelegt, wo $f(x)$ eine ganze, rationale Function mit numerischen Coefficienten bedeutet. Ist a ein Näherungswert einer Wurzel derselben, so denke man sich näherungsweise gesetzt:

$$(A) \qquad f(x) = f(a) + \frac{(x-a)f'(a)}{1-(x-a)\frac{f''(a)}{2f'(a)}};$$

man erhält dann für die gesuchte Wurzel eine weitere Annäherung durch die Gleichung:

$$(B) \qquad x = a - \frac{1}{\frac{f'(a)}{f(a)} - \frac{\frac{1}{2}f''(a)}{f'(a)}}.$$

(Beispiel: $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$

Durch die Newton'sche Methode ergibt sich zunächst der rohe Näherungswert:

$$a = 2{\cdot}1.$$

Setzt man:

$$z = x - 2{\cdot}1,$$

so erhält man die transformierte Gleichung:

$$z^3 + 6{\cdot}3\,z^2 + 11{\cdot}23\,z + 0{\cdot}061 = 0.$$

Es ist also:

$$f(a) = 0{\cdot}061, \quad f'(a) = 11{\cdot}23, \quad \frac{1}{2}f''(a) = 6{\cdot}3$$

$$\frac{f'(a)}{f(a)} = 184{\cdot}0984, \quad \frac{\frac{1}{2}f''(a)}{f'(a)} = 0{\cdot}5610,$$

somit:

$$x = 2{\cdot}1 - \frac{1}{183{\cdot}537\,4} = 2{\cdot}094\,551\,5.$$

Bei der so berechneten Wurzel ist selbst noch die letzte Decimalstelle richtig; dagegen hätte sich nach der Newton'schen Methode ergeben:

$$a - \frac{f(a)}{f'(a)} = 2{\cdot}094\,568.$$